Leibniz Universität Hannover
Prof. Dr. Thomas Gawlick
Institut für Didaktik der Mathematik und Physik

Predigt vom 08.01.2012

in der Kreuzkirche zu Hannover

Predigtext: 1. Kor 1, 18-25

Denn das Wort vom Kreuz ist eine Torheit denen, die verloren werden; uns aber, die wir selig werden, ist's eine Gotteskraft. Denn es steht geschrieben (Jesaja 29,14): »Ich will zunichte machen die Weisheit der Weisen, und den Verstand der Verständigen will ich verwerfen.« Wo sind die Klugen? Wo sind die Schriftgelehrten? Wo sind die Weisen dieser Welt? Hat nicht Gott die Weisheit der Welt zur Torheit gemacht? Denn weil die Welt, umgeben von der Weisheit Gottes, Gott durch ihre Weisheit nicht erkannte, gefiel es Gott wohl, durch die Torheit der Predigt selig zu machen, die daran glauben. Denn die Juden fordern Zeichen und die Griechen fragen nach Weisheit, wir aber predigen den gekreuzigten Christus, den Juden ein Ärgernis und den Griechen eine Torheit; denen aber, die berufen sind, Juden und Griechen, predigen wir Christus als Gottes Kraft und Gottes Weisheit. Denn die Torheit Gottes ist weiser, als die Menschen sind, und die Schwachheit Gottes ist stärker, als die Menschen sind.

„q.e.d.“

Was sind und was sollen mathematische Gottesbeweise?

Ja, liebe Gemeinde, zunächst einmal: Was sind und was sollen überhaupt Gottesbeweise? **Beweisen** bedeutet in der Mathematik, eine Aussage (die *Konklusion*) mittels logischer Schlussfolgerungen aus einer Menge von Axiomen, die als wahr vorausgesetzt werden, herzuleiten – mit Hilfe von Definitionen und bereits bewiesenen Aussagen. Ein **Gottesbeweis** endet also mit der *Konklusion* „Gott existiert“ und vielleicht noch mit der traditionellen Schlussformel „**quod erat demonstrandum**“ (abgekürzt *q. e. d.*) d.h.: „was zu beweisen war“. Dabei ist zuvor die Bedeutung des Gottesbegriffs für die Beweisführung definitorisch festzulegen.

Was sollen Gottesbeweise? Der Mensch in der Bibel, so scheint es, bedarf ihrer nicht, denn er lebt aus der Gewissheit, dass Gott existiert – allenfalls verlangt er, wie der ungläubige Thomas, nach leibhaftiger Vergewisserung. Die wird ihm gewährt – und es wird gesagt: „Weil Du mich gesehen hast, glaubst Du. Selig sind, die nicht sehen und doch glauben.“ (Joh 20, 29) So auch der heutige Predigttext: „Weil die Welt, umgeben von der Weisheit Gottes, Gott durch ihre Weisheit nicht erkannte, gefiel es Gott wohl, durch die Torheit der Predigt selig zu machen, die daran glauben.“ (1. Kor 1,21)

Entsprechend bittet auch **Anselm von Canterbury**, um dessen Gottesbeweis es heute gehen soll: „Herr, der du die Glaubenseinheit gibst, verleihe mir, dass ich, soweit Du es nützlich weißt, *einsehe, dass Du bist, wie wir glauben*, und das bist, was wir glauben. Und zwar glauben wir, *dass Du etwas bist, über dem nichts Größeres gedacht werden kann*.“[1] Der Gottesbeweis dient Anselm also dazu, sich selbst – und ggf. auch seinen Lesern – klar zu machen, was er glaubt. Ausgehend von der Begriffsbestimmung, „*dass Du etwas bist, über dem nichts Größeres gedacht werden kann*“, kommt Anselm dabei durch einen indirekten Beweis zu der Existenz Gottes. Dieser Beweis heißt **ontologischer Beweis**, weil rein begrifflich aus dem Wesen Gottes auf seine Existenz geschlossen wird – das macht ihn besonders geeignet für eine Mathematisierung:

1. Der Begriff „Gott“ wird bestimmt als *„etwas, über das hinaus nichts größeres gedacht werden kann“*.
2. Diese Formulierung versteht auch der Gottesleugner: „*Wenn der Tor das hört, versteht er, was er hört“.*
3. Deshalb hat Gott eine Existenz im Verstand: „.. *und was er versteht, ist in seinem Verstand*.“
4. Aber Gott als „*das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann’,* kann *nicht im Verstand allein sein“:*
5. Denn sonst fehlte Gott die Eigenschaft des realen Seins, also könnte etwas Größeres gedacht werden: dass er auch wirklich existiert, im Widerspruch zur Definition als *„das, über dem Größeres nicht gedacht werden kann“.*
6. Also existiert Gott.

Ist dies dem Gläubigen einsichtig? Vermag es auch, den Toren zu überzeugen? Schon zu Anselms Lebzeiten wurden Zweifel und Einwände vorgebracht, insbesondere dazu, ob es tatsächlich größer ist, dass etwas wirklich ist und nicht nur im Verstand.

Kant hat das so auf den Punkt gebracht: „Nehme ich ... das Subjekt (Gott) mit allen seinen Prädikaten ... zusammen, und sage: Gott ist, oder es ist ein Gott, so setze ich kein neues Prädikat zum Begriffe von Gott…Hundert wirkliche Taler enthalten nicht das mindeste mehr, als hundert mögliche. Denn, da diese den Begriff, jene aber den Gegenstand und dessen Position an sich selbst bedeuten, so würde, im Fall dieser mehr enthielte als jener, mein Begriff nicht den ganzen Gegenstand ausdrücken, und also auch nicht der angemessene Begriff von ihm sein. Aber in meinem Vermögenszustande ist mehr bei hundert wirklichen Talern, als bei dem bloßen Begriffe derselben.“[2]

Dennoch wurde immer wieder versucht, Anselms Beweis in einen gültigen umzuformen – z.B. von Descartes, von Leibniz und last not least von Kurt Gödel, einem der bedeutendsten Logiker und Mathematiker des XX. Jahrhunderts.

Bei der nebenstehenden Rekonstruktion des Beweisgedankens wird Gottes Größe so aufgefasst, dass ihm alle Vollkommenheiten innewohnen. **Descartes** focussiert darauf, dass Gott deshalb *notwendiger Weise* existieren muss (nicht nur gedacht, sondern auch real). Und **Leibniz** vervollständigt dies durch den Nachweis, dass ein solcher Gott überhaupt *möglich* ist: Dies gilt, da die Vollkommenheiten miteinander verträglich sind: denn sie sind aufgrund ihrer Einfachheit nicht weiter analysierbar – wären zwei unverträglich, müsste eine das Gegenteil der anderen enthalten, was aber unmöglich ist, da es sich um positive Eigenschaften handeln soll.

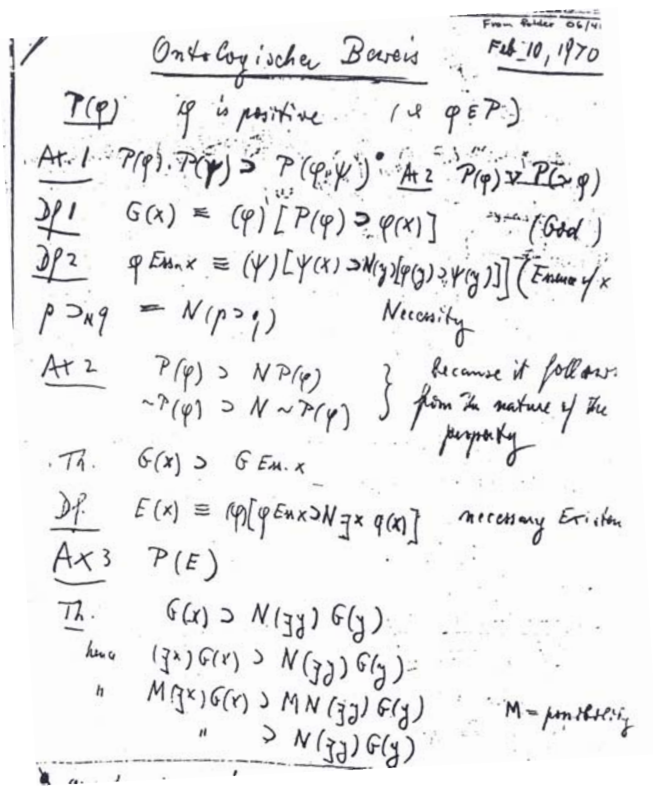
1. Gott als das erste und oberste Seiende besitzt alle Vollkommenheiten: *„Vollkommenheit nenne ich jede einfache Eigenschaft, die sowohl positiv als auch absolut ist, oder die dasjenige, was sie ausdrückt, ohne jegliche Begrenzungen ausdrückt.“*
2. Existenz ist eine Vollkommenheit.
3. Also ist *notwendig,* dass Gott existiert.
4. Es ist *möglich*, dass Gott existiert.
5. Also existiert Gott.

Auch dieser vervollständigte Beweis unterliegt aber der Kantschen Kritik, dass Existenz kein Prädikat ist und somit auch keine Vollkommenheit darstellen kann, so dass aus dem Begriff Gott nicht seine Existenz gefolgert werden kann.

Hier setzt nun **Gödels** formale Rekonstruktion mit den Mitteln der Modallogik ein. Die Modallogik ist ein Zweig der Logik, der sich mit den Schlussfolgerungsregeln für die Modalbegriffe möglich und notwendig befasst. Für die modallogischen Operatoren Notwendigkeit $\Box$ („box“) und Möglichkeit $\Diamond$ („diamond“) stellt sie formale Schlussregeln auf, ähnlich wie die Aussagenlogik für die bekannteren Operatoren $\wedge$ („und“) und $\vee$ („oder“) oder die Prädikatenlogik für $\forall$ („für alle“) und $\exists$ („es existiert“). Bezüglich der inhaltlichen Bedeutung der modallogischen Operatoren können Sie sich für heute Folgendes darunter vorstellen:

- Die Notwendigkeit einer Aussage bedeutet: Sie gilt in *jeder* möglichen Welt.
- Die Möglichkeit einer Aussage bedeutet: Sie gilt in *einer* möglichen Welt.

Hier nun das Autograph des Gödelschen Beweises und eine moderne Rekonstruktion[1]:



Ontologischer Beweis 10. Feb. 1970
(Überführung in moderne Notation: Joachim Bromand)

$P(\varphi)$ φ ist positiv (oder $\varphi \in P$)

Axiom 1. $[P(\varphi) \wedge P(\psi)] \rightarrow P(\varphi \wedge \psi)$
Axiom 2. $P(\varphi) \vee P(\neg\varphi)$

Definition 1 $G(x) \leftrightarrow \forall\varphi\, [P(\varphi) \rightarrow \varphi(x)]$ (Gott)

Definition 2 φ Ess. $x \leftrightarrow \forall\psi\, [\psi(x) \rightarrow \Box\forall y\, [\varphi(y) \rightarrow \psi(y)]]$ (Essenz von x)

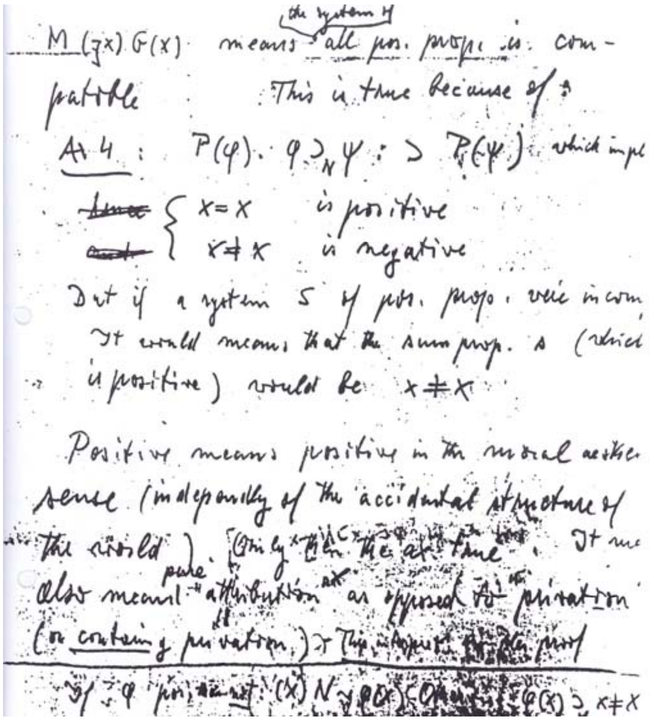
Axiom 3. $P(\varphi) \rightarrow \Box P(\varphi)$ ($\Box$ = Notwendigkeit)
$\neg P(\varphi) \rightarrow \Box\neg P(\varphi)$ da es aus der Natur der Eigenschaft folgt.

Theorem. $G(x) \rightarrow G$ Ess.x

Definition $E(x) \leftrightarrow \forall\varphi\, [\varphi \text{ Ess } x \rightarrow \Box\exists x\, \varphi(x)]$ (notwendige Existenz)

Axiom 4. $P(E)$

Theorem. $G(x) \rightarrow \Box\exists y\, G(y)$
also $\exists x\, G(x) \rightarrow \Box\exists y\, G(y)$
also $\Diamond\exists x\, G(x) \rightarrow \Diamond\Box\exists y\, G(y)$ ($\Diamond$ = Möglichkeit)
$\Diamond\exists x\, G(x) \rightarrow \Box\exists y\, G(y)$



$\Diamond\exists x\, G(x)$ besagt, daß das System aller positiver Eigenschaften kompatibel ist.
Dies ist wahr aufgrund von:

Axiom 5. $[\mathrm{P}(\varphi) \wedge \Box(\varphi \rightarrow \psi)] \rightarrow \mathrm{P}(\psi)$,

was impliziert, daß

$$\begin{cases} x = x & \text{ist positiv} \\ x \neq x & \text{ist negativ} \end{cases}$$

Wenn aber ein System S positiver Eigenschaften inkompatibel wäre, bedeutete dies, daß die Summeneigenschaft s (die positiv ist) $x \neq x$ wäre.

Positiv bedeutet positiv im moralisch ästhetischen Sinne (unabhängig von der zufälligen Struktur der Welt). Nur dann [sind] die Axiome wahr Es könnte auch reines „Zusprechen" bedeuten [engl. *attribution*; Anm. d. Übers.] im Gegensatz zum „Absprechen" [engl. *privation*; Anm. d. Übers.] (oder ein absprechendes Element *enthaltend*). Diese Interpretation [stützt einen] einfacheren Beweis.

Gödel schreibt zunächst $P(\varphi)$ dafür, dass φ eine positive Eigenschaft ist. Er verlangt in Axiom 1 von ihnen, was Leibniz von den Vollkommenheiten bewies: Dass sie miteinander verträglich sind. In Axiom 2 legt Gödel fest, dass jede Eigenschaft entweder positiv oder negativ ist.

G(x) beschreibt ein göttliches x: Ihm kommen alle positiven Eigenschaften zu. Nun kommt die Modallogik mit dem Notwendigkeitsoperator □ („box") ins Spiel: Die Eigenschaft φ ist eine Essenz eines Objektes x genau dann, wenn alle Eigenschaften von x notwendige Konsequenzen von φ sind. Gödel zeigt dann: Göttlichkeit ist so eine essentielle Eigenschaft.

Nun wird Kants Einwand umschifft – Gödel definiert dazu das Prädikat E: E(x) heißt, dass x notwendig existiert – alle seine Essenzen sind notwendiger Weise instanziiert, d.h. sie sind in jeder möglichen Welt verwirklicht. Dies wird in Axiom 4 als positive Eigenschaft festgelegt.

Im nächsten Schritt formalisiert Gödels Beweis dann das Leibnizsche Argument, dass die Existenz eines göttlichen x notwendig ist, wenn sie möglich ist (Symbol ◊) – und Letzteres kann Gödel schließlich aus Axiom 5 folgern: Es verlangt, dass notwendige Konsequenzen der positiven Eigenschaften selbst wieder positiv sind.

Hier ist nicht der Ort, die Schritte des Beweises auszuführen oder seine Voraussetzungen im Detail zu diskutieren. Aber ich möchte beispielhaft die theologischen Konsequenzen beleuchten, die sich aus der dargelegten Festlegung der Begriffe ergeben, mit deren Hilfe diese modallogische Version des Anselmschen Beweises gelingt.

Betrachten wir **Axiom 2**: Alle Eigenschaften sind entweder positiv oder negativ. Eine starke Forderung. Sie ist essentiell für den Beweis – aber ist sie auch plausibel? Ist z.B. die Eigenschaft rot positiv? Oder männlich?

Gödel äußert sich nur vage dazu, was positiv bedeuten soll: „im moralisch ästhetischen Sinne (unabhängig von der zufälligen Struktur der Welt)." Aber denken wir an die Leibnizschen Vollkommenheiten, die aufgrund der Verträglichkeitsforderung (Axiom 1) gleichsam im Kern der positiven Eigenschaften enthalten sein müssen. Leibniz definierte: „Vollkommenheit nenne ich jede einfache Eigenschaft, die sowohl positiv als auch absolut ist, oder die dasjenige, was sie ausdrückt, ohne jegliche Begrenzungen ausdrückt." Nun würde es sicherlich den Gottesbegriff begrenzen, wenn wir ihm die Eigenschaft rot oder männlich zuschreiben. Dies sind also keine positiven Eigenschaften. Ebenso wenig aber grün oder weiblich.

Wenn wir so fortschreiten, bemerken wir, dass es uns nicht gelingt, **unbegrenzt positive Eigenschaften** Gottes explizit zu benennen. Gehen wir aus von Eigenschaften, die wir als menschlich positiv werten, so kommen wir schnell in Schwierigkeiten, wenn wir versuchen sie auf Gott auszudehnen – etwa wenn wir versuchen Gottes Liebe und Gottes Allmacht miteinander zu vereinbaren: das Theodizee-Problem, das Leibniz mittels der Idee möglicher Welten zu lösen versuchte.

Nur *eine* positive Eigenschaft können wir explizit angeben: Das Prädikat x = x, also die Eigenschaft, mit sich selbst identisch zu sein, ist positiv – was an Gottes Antwort auf Moses Frage nach seinem Namen erinnert: „Ich bin, der ich bin." (2. Mose 3,14)

Mehr lässt sich zumindest in Gödels System nicht über Gott sagen. Man mag dies für einen Mangel halten. Mir scheint darin eine Einsicht zu liegen, die schon die Kirchenväter hatten: Gott lässt sich nicht in menschliche Begriffe fassen. So etwa Gregor von Nyssa: „Wenn jemand eine Deutung, eine begriffliche Umschreibung und eine Auslegung des göttlichen Wesens verlangt, so werden wir nicht leugnen, dass wir von einer solchen Wissenschaft nichts verstehen. Dies allein bekennen wir, dass es entsprechend seiner Natur nicht möglich ist, das Unbegrenzte durch einen in Worte fassbaren Gedanken zu ergreifen.“[3]

Wie im Korintherbrief gesagt wird, können wir also Gott durch die Weisheit der Welt nicht erkennen. Das liegt nicht an uns - unsere Weisheit ist dafür einfach nicht gemacht. Sie reicht nur soweit, dass wir zu sagen vermögen, dass es ihn geben muss. *Diese* Einsicht zu untermauern taugte unsere modallogische Weisheit, mit der wir präzise von Gottes Eigenschaften sprechen konnten, auch ohne sie konkret zu benennen.

In dieser Vorgehensweise steckt für mich zugleich eine Essenz davon, was es heißt Mathematik zu treiben: Etwas begrifflich so umreißen, dass ich darüber etwas aussagen kann, auch ohne es komplett zu erfassen.

Kann die so vermittelte Einsicht schließlich nun auch dem Gläubigen etwas geben? Ich meine schon. Aber sicher keine neue Einsicht in das Wesen Gottes – eher im Gegenteil die Einsicht, wie sehr sich dieses Wesen unserem Verständnis entzieht. Die Verwirrung, die einen oft bei mathematischen Argumenten erfasst, ist hier also Teil der Botschaft: Unser Verstehen stockt nicht, weil wir zu dumm sind – sondern weil Gott größer ist als all unsere Vernunft.

Wir sehen also, dass die Weisheit der Welt nicht ausreicht, Gott zu erkennen – vermag nun auch „die Torheit der Predigt selig zu machen, die daran glauben“?

Diese Möglichkeit möchte ich abschließend so verdeutlichen: Während der Weise eine Begriffswelt entwickelt, die ihm Gott doch nicht fassbar machen kann, wird sich der Tor davon innerlich frei machen: „Selig, die da reinen Herzens sind; denn sie werden Gott schauen.“ (Mt 5, 8)

In meinen Augen bedeutet das: Durch das bewusste Ablassen von der Zuschreibung begrenzter positiver Eigenschaften an Gott wird unser Geist leer – und so entsteht in ihm Raum für Gott.

Um diese Sichtweise zu bekräftigen, schließe ich mit einem Wort des deutschen Mystikers Meister Eckhart, der uns diesen Weg *so* vorgezeichnet hat:

> „Du sollst Gott ungeistig lieben, das heißt so, dass deine Seele ungeistig sei und entblößt aller Geistigkeit; denn, solange deine Seele geistförmig ist, solange hat sie Bilder. Solange sie aber Bilder hat, solange hat sie Vermittelndes…. Daher soll deine Seele allen Geistes bar sein, soll geistlos dastehen. Denn, liebst du Gott, wie er Gott, wie er Geist, wie er Person und wie er Bild ist - das alles muss weg.
>
> ‚Wie denn aber soll ich ihn lieben?’
>
> Du sollst ihn lieben, wie er ist: ein Nicht Gott, ein Nicht-Geist, eine Nicht-Person, ein Nicht-Bild, mehr noch: wie er ein lauteres, reines, klares Eines ist, abgesondert von aller Zweiheit.
>
> Und in diesem Einen sollen wir ewig versinken vom Etwas zum Nichts. Dazu helfe uns Gott. Amen.“[4]

---

[1] Zitiert nach: *Gottesbeweise von Anselm bis Gödel*, hrsg., eingeleitet und kritisch kommentiert von J. Bromand und G. Kreis, Berlin: Suhrkamp 2011 (stw 1946).

[2] Immanuel Kant: *Kritik der reinen Vernunft*, Riga: Hartknoch 1781, A 599.

[3] Gregor von Nyssa: C.Eynom. III, in: Migne: *Patrologia (Graeca)* 45, 601. Zitiert nach: Josef Hochstaffl: *Negative Theologie*, München 1976.

[4] Meister Eckhart: *Deutsche Predigten und Traktate.* Herausgegeben und übersetzt von Josef Quint. München: Hanser, 7. Auflage 1995, S. 245-247.